

ESERCITAZIONI DI ANALISI MATEMATICA 1
INGEGNERIA EDILE-ARCHITETTURA – PROF. A. BONFIGLIOLI

Foglio 6 - Calcolo di derivate

► **Esercizio 1.** Trovare la funzione derivata per ciascuna delle seguenti funzioni.

[Si suppone che esse siano definite su intervalli, o unioni di intervalli; non è richiesto di trovare l'insieme di definizione né di derivabilità delle funzioni seguenti; non è richiesto di semplificare il risultato ottenuto. Per le funzioni composte, si chiede di calcolare la derivata dando per scontato di considerare solo i punti in cui le funzioni in gioco siano composizione di funzioni derivabili; non è richiesto di stabilire il dominio della derivata o studiare eventuali punti di non derivabilità...]

Somma, prodotto, quoziente:

1. $\sin x + 3 \cos x - \frac{1}{\pi} \operatorname{tg} x + x^7 + 10.000$
2. $\sin x \cdot \cos x + 3e^x \cdot \sin x \cdot \log_2 x + \sin^2 x - 69$
3. $\frac{\sin x}{\log x} + \frac{3}{\cos x} + 1974$
4. $2014 \cdot \sin x \cdot \cos x \cdot \operatorname{tg} x \cdot e^x \cdot \ln x$
5. $\frac{x+2}{x^2+1} + \frac{e^x \cdot \cos x}{3^x + \sin x}$
6. $\frac{\ln x \cdot x^{40}}{x + \frac{1}{x} + 2 \sin x}$
7. $\frac{x + \frac{1 + \frac{1}{x}}{x}}{x}$
8. $\frac{x + \frac{\operatorname{tg} x + \frac{\ln x}{\cos x}}{x}}{\sin x}$
9. $\frac{\sin x + \cos x + x^3 \ln x}{e^x + 7^x + \log_3 x \cdot x^9}$

Composizione:

1. $\log(1974x)$
2. $\sin(\cos x) + \cos(\sin x)$
3. $\sin\left(\log\left(\frac{1}{1+x^2}\right)\right)$
4. $\sin(\cos(\sin(\cos x)))$
5. $\sin^2 x + \sin(x^2)$
6. $e^{\operatorname{tg}^3(x^7)}$

7. $2^{3^{4^x}}$ [Composizione (da dentro a fuori) di $y = 4^x$, poi $z = 3^y$ e infine 2^z]

8. $\sin(\cos^2(\log(1 + \operatorname{arctg}^4(x^6))))$

9. $\log_3(1 + |\sin(\cos x)|)$

10. $\left| x + \left| x^2 + |x^3 + x^4| \right| \right|$

[Scrivere la derivata utilizzando anche la funzione segno, senza distinguere casi...]

11. $\log(3 + \arcsin(\arccos x))$

12. $\operatorname{arctg}(\operatorname{arctg}(\operatorname{arctg} x))$

13. $\sin(\arccos(\sin(\log x)))$

14. $\sin(\sin^2(\sin^3(\sin^4(\sin^5 x))))$

15. $e^{\sin(\cos e^x)}$

Varie:

1. $\frac{\sin(\log(x + e^x \cdot \sin x))}{1 + x^3 \sin(\cos x)}$

2. $(\sin x)^{\cos x}$

3. $x^x + \frac{x}{1 + x^x} + x^{\sin x}$

4. $\sin x \cdot \operatorname{arctg}^3(1 + x^4)$

5. $\sin\left(\frac{\cos^2 x}{x \cdot \sin^3 |x|}\right)$

6. $\sin x \cdot \sin(\sin x) \cdot \sin(\sin(\sin x))$

7. $\left| x + \frac{\arcsin x}{\arccos |x + 1|} \right|$

8. $\left(\log(\log(\log x))\right)^{\log x}$

9. $\sin\left(\sin x + 3 \frac{\arcsin x}{e^x + 2} - 7 \log x \cdot x^x\right)$

10. $\log_{\log x}(x)$ [La base del logaritmo esterno è essa stessa $\log x$]

► **Esercizio 2.** Calcolare la derivata delle seguenti funzioni, semplificando il più possibile il risultato (cercando di esprimerlo, se possibile, come prodotto di due o più fattori). Non è richiesto tuttavia di studiare eventuali punti di non derivabilità; si dà per scontato che le funzioni composte siano ben definite (non si richiede di trovare il dominio delle funzioni in gioco).

1. $x \cdot e^{\frac{x-2}{x+1}}$

2. $e^x \cdot (x + 2)$

3. $(3x + 2) \cdot e^{1/x}$

4. $x^2 - 3x + 2 + \log x$

5. $e^x \cdot (x^2 + 2x - 3)$
6. $\log \left(\frac{x^2 + 2}{|x + 3|} \right)$
7. $e^{\frac{x^2 - 3x}{1 + 2x}}$
8. $e^{-\left| \frac{x+1}{x+2} \right|}$
9. $x + 2 \operatorname{arctg}(1/x)$
10. $x^2 \cdot e^{\frac{x-3}{x+1}}$
11. $\log \left(\frac{(x-1)(x-2)}{x-3} \right)$
12. $x^2 \cdot (2-x)^{2/3}$
13. $e^{-x} \cdot (|x^2 - 3| + 2x)$
14. $e^{1/x} \cdot (x+3)$
15. $\operatorname{arctg} \left(\frac{x^2 - 2}{x + 3} \right)$
16. $\frac{e^{\frac{1}{x+1}}}{x-1}$
17. $\frac{x+3}{x^2-1}$
18. $\sqrt[3]{x} \cdot e^{-x^2+5x/3}$
19. $x^{4/5} \cdot (10-x)^{1/5}$
20. $\frac{|(x-1)(x+3)|}{x^2}$
21. $\frac{x}{\log^3 |x|}$
22. $\log(1+x^2) + \arctan(1/x)$
23. $(x+1) \cdot |e^x - 1|$
24. $x \cdot |x^2 - 1|^{1/3}$
25. $x^2 - 8x + 4 \log |x-1|$
26. $x \cdot e^{1/(x-1)}$

$$27. e^{-x}x(x+1)$$

$$28. e^{3x}(x^2 - |x+1|)$$

$$29. \frac{3 - |x^3 - 1|}{2}$$

$$30. \frac{\operatorname{tg} x}{(1 + \operatorname{tg} x)^2}$$

$$31. |1 - x^2| - 3$$

$$32. \arccos(x^2 - x^4)$$

$$33. x e^{-1/|x-1|}$$

$$34. x\sqrt{1+x^2}$$

$$35. x^3(1-x)$$

$$36. x^3 - 2x^2 + x + 2$$

$$37. \frac{1}{1+x^2-x^6}$$

$$38. \frac{x^2}{x+1} \cdot e^{\frac{x}{x+1}}$$

$$39. (1+x^2)e^{-1/(x-1)}$$

$$40. \frac{x}{3} + \log\left(2 \cdot \frac{x-1}{x-2}\right)$$

$$41. -(x+9) \cdot \sqrt{1 + \frac{2}{x}}$$

$$42. \log(5e^{2x} - 4e^x - 1) - 2x$$

$$43. \operatorname{arctg} \left| \frac{1 - \log x}{1 + \log x} \right|$$

$$44. \frac{|x-1|}{\log|x-1|}$$

$$45. 2(x-1) \cdot \left| \log\left(2 - e^{1/(2x-2)}\right) \right|$$

$$46. \sqrt[3]{x} \cdot \frac{x-2}{x+1}$$

$$47. x \cdot (2 \log x - \log^3 x)$$

$$48. x^2 \cdot e^{1/(x^3-1)}$$

$$49. x^3 \cdot e^{1/(x^2-1)}$$

$$50. e^{-2x} \cdot \frac{x+2}{x-3}$$

$$51. \frac{1}{\log^2 x} - \frac{2}{\log x} + 1$$

$$52. \operatorname{arctg} \left(\frac{x+1}{x} \right) + \frac{\pi}{4}$$

$$53. e^x \cdot \frac{x+1}{x-1}$$

Quasi tutte le funzioni proposte nel precedente esercizio sono tratte dai seguenti libri (che presentano anche lo studio completo di funzione, comprensivo di grafico qualitativo):

- M. Bertsch, R. Dal Passo, L. Giacomelli: *Analisi matematica*, McGraw-Hill, Milano, 2011
- M. Bramanti: *Esercitazioni di Analisi Matematica 1*, Società Editrice Esculapio, Bologna, 2011